

Rezolvarea problemelor de optimizare.

Metode numerice de optimizare

A. Citiți sau revedeți cursul din fișierul 1- Theory of maxima and minima.pdf și 2-Numerical optimization.pdf

B. Rezolvați cel puțin una dintre problemele de optimizare P1-P6 (scrieți expresia matematică a funcției obiectiv; dacă problema are restricții, utilizați metoda substituției pentru a o reduce la o problemă de minim fără restricții; calculați punctele staționare, determinați caracterul lor; dați răspunsul problemei)

P1. Se urmărește construirea unei conducte de la o rafinărie aflată pe malul unui râu până la depozitul de produse petroliere localizat la o distanță $D = 6\text{ km}$ pe celălalt mal, după cum se arată în Figura 1. Lățimea râului este $l = 2\text{ km}$. Costul construcției unui kilometru de conductă pe uscat, de-a lungul râului este $400\text{ k\$}$, iar costul unui km sub apă este $800\text{ k\$}$. Să se determine distanța x de la rafinărie, la care se poate începe construcția conductei sub apă astfel încât să se minimizeze costul total.

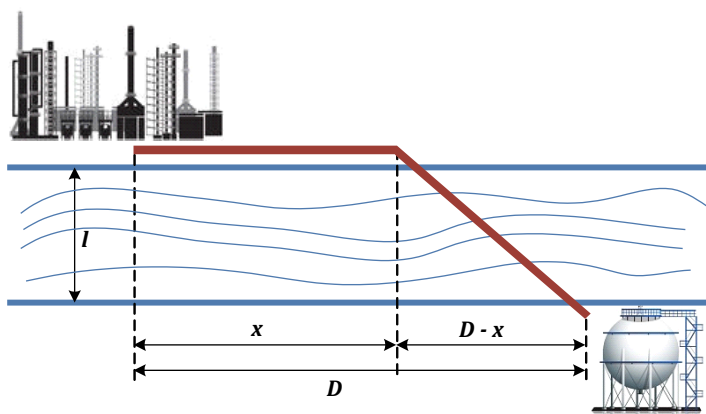


FIGURA 1

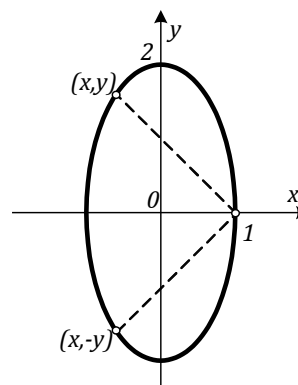


FIGURA 2

P2. Să se calculeze punctele (x, y) de pe elipsa $4x^2 + y^2 = 4$ care sunt cele mai îndepărtate de punctul $(1, 0)$, după cum se arată în Figura 2.

P3. Să se calculeze punctul de pe funcția $f(x) = 4 - x^{3/2}$ care minimizează distanța între funcție și punctul $(2, 4)$.

P4. Determinați dimensiunile unui dreptunghi cu o latură pe axa x , o latură pe axa y , un vârf în origine și un vârf pe curba $y = e^{-2x}$, $x \geq 0$ și cu perimetru minim. Determinați dimensiunile unui dreptunghi cu aceleași caracteristici și cu arie maximă.

P5. Determinați punctele de pe parabola $y = x^2 + 1$ care sunt cele mai apropiate de punctul $(0, 2)$.

P6. Determinați dimensiunile dreptunghiului de arie maximă care poate fi înscris într-un cerc de rază 4.

C. Se consideră funcțiile de două variabile:

$$f_1(x_1, x_2) = (x_1 - 6)^2 + \frac{1}{100}(x_2 - 4)^4$$

$$f_2(x_1, x_2) = (x_1 + x_2^2)^2$$

$$f_3(x_1, x_2) = 8x_1 + 12x_2 + x_1^2 - 2x_2^2$$

E1. Reprezentați grafic funcțiile pentru următoarele intervale ale variabilelor (utilizați funcțiile Matlab *mesh* și *contour*):

- pentru f_1 : $x_1 \in [2, 10]$, $x_2 \in [-2, 10]$
- pentru f_2 : $x_1, x_2 \in [-2, 2]$
- pentru f_3 : $x_1 \in [-7, 0]$, $x_2 \in [0, 7]$

E2. Observați pe grafic punctele staționare ale funcțiilor

E3. Calculați analitic (pe hârtie) punctele staționare pentru cel puțin una dintre funcții și determinați caracterul lui (maxim, minim, ș.a), apoi comparați rezultatul cu cel observat pe grafic.

E4. Implementați o metodă numerică de optimizare (metoda de gradient, metoda Newton sau alta la alegere) pentru ca să determinați minimul uneia dintre funcțiile de mai sus.

E5. Minimizați una dintre funcțiile propuse mai sus utilizând funcțiile Matlab *fminunc* și *fminsearch*.